

Δ 10. Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις

Θεωρία ύπαρξης, μοναδικότητας και ποιοτικής συμπεριφοράς κλασσικών λύσεων ΜΔΕ πρώτης και δεύτερης τάξεως. Ειδικότερα:

Μερικές διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξεως: γραμμικές, μη γραμμικές. Εισαγωγή στις εξισώσεις Hamilton – Jacobi. Προβλήματα αρχικών και αρχικών – συνοριακών τιμών, μέθοδος χαρακτηριστικών.

Θεώρημα Cauchy – Kowalevskaya.

Μερικές διαφορικές εξισώσεις δεύτερης τάξεως. Κυματική εξίσωση, εξίσωση θερμότητας, εξίσωση Laplace και Poisson για $n > 1$. Προβλήματα αρχικών και αρχικών – συνοριακών τιμών. Τύπος Kirchhoff, τύπος Poisson, συναρτήσεις Green. Θεωρήματα συγκρίσεως, αρχή μεγίστου, a priori εκτιμήσεις.

Μέθοδος Perron. Αναφορά σε συνοριακά προβλήματα για γραμμικές εξισώσεις σε γενική μορφή, αναφορά σε μη γραμμικά προβλήματα και τεχνικές επίλυσής τους.

Δ 11. Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις – Θεωρία Ασθενών Λύσεων

Θεωρία ύπαρξης, μοναδικότητας και ποιοτικής συμπεριφοράς γενικευμένων λύσεων ΜΔΕ δεύτερης τάξεως. Ειδικότερα:

Χώροι Sobolev.

Χώροι ολοκληρώσιμων συναρτήσεων. Γενικευμένη παραγωγός. Χώροι Sobolev. Βασικές ιδιότητες (προσέγγιση από ομαλές συναρτήσεις, συμπάγεια, ίχνος, πληρότητα) Θεωρήματα εμφύτευσης (ανισότητα Sobolev).

Ελλειπτικές εξισώσεις

Κλασσικές και ασθενείς λύσεις. Ύπαρξη και μονοσήμαντο ασθενών λύσεων. Θεώρημα Riesz και Lax - Milgram. Ομαλότητα ασθενών λύσεων. Αναφορά σε μη γραμμικά προβλήματα και τεχνικές επίλυσής τους.

Παραβολικές και υπερβολικές εξισώσεις.

Κλασσικές και ασθενείς λύσεις. Ύπαρξη και μονοσήμαντο ασθενών λύσεων. Μέθοδος Galerkin. Ομαλότητα ασθενών λύσεων. Αναφορά σε μη γραμμικά προβλήματα και τεχνικές επίλυσής τους.

Δ 12. Συνήθεις Διαφορικές Εξισώσεις

Ύπαρξη και μονοσήμαντο λύσεων. Μεγιστική – ελαχιστική λύση. Θεωρήματα συγκρίσεως.

Ποιοτικές ιδιότητες λύσεων. Εξάρτηση λύσεων από παραμέτρους ή αρχικά δεδομένα.

Γραμμικά συστήματα: σταθεροί συντελεστές, μη σταθεροί συντελεστές, περιοδικοί συντελεστές (θεωρία Floquet).

Μη γραμμικά προβλήματα: ευστάθεια λύσεων, γραμμικοποίηση, μέθοδος Liapunov, αναλλοίωτες πολλαπλότητες (ευσταθείς, ασταθείς, κεντρικές).

Μη γραμμικά προβλήματα συνοριακών τιμών.

Ύλη Επεκτάσεων

Δ 10 ΜΔΕ	Δ 11α και Δ12α
Δ 11 ΜΔΕ – Θ.Α.Λ.	Δ 10α και Δ 12 α
Δ 12 ΣΔΕ	Δ 10α και Δ11α
Δ 20 Αριθμ. Αν.	Δ 12 β (ή Δ 21α)
Δ 21 Αριθμ. λύση ΜΔΕ	Δ 11 α
Δ 31 Θ. Διαδ. Κυμ.	Δ 10 β (και Δ30 α και Δ 32)

Δ10 α

Μερικές διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξεως: γραμμικές, μη γραμμικές. Προβλήματα αρχικών και αρχικών – συνοριακών τιμών, μέθοδος χαρακτηριστικών. Κυματική εξίσωση, εξίσωση θερμότητας, εξίσωση Laplace και Poisson.

Δ10 β

Ύπαρξη, μοναδικότητα και συμπεριφορά της λύσης της κυματικής εξίσωσης.

Δ11 α

Στοιχεία χώρων Sobolev. Βασικές ιδιότητες (προσέγγιση από ομαλές συναρτήσεις, συμπάγεια, ίχνος, πληρότητα) θεωρήματα εμφύτευσης. Ασθενείς λύσεις για ελλειπτικές παραβολικές και υπερβολικές εξισώσεις.

Δ12 α

Ύπαρξη και μονοσήμαντο λύσεων. Θεωρήματα συγκρίσεως. Ποιοτικές ιδιότητες λύσεων. Εξάρτηση λύσεων από παραμέτρους ή αρχικά δεδομένα. Ευστάθεια λύσεων.

Δ12 β

Ύπαρξη και μονοσήμαντο λύσεων. Θεωρήματα συγκρίσεως. Ποιοτικές ιδιότητες λύσεων. Εξάρτηση λύσεων από παραμέτρους ή αρχικά δεδομένα.