

## Συμβολικός Υπολογισμός

1. Έστω ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 0 \\ 0 & a+1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (α) Υπολογίστε τις τιμές του  $a$  για τις οποίες ο  $A$  δεν είναι αντιστρέψιμος.
- (β) Για τη μικρότερη από τις τιμές που υπολογίσατε στο παραπάνω ερώτημα, υπολογίστε τις ιδιοτιμές και τους αντίστοιχους ιδιόχωρους του  $A$ .
- (γ) Για τη μεγαλύτερη από τις τιμές που υπολογίσατε στο πρώτο ερώτημα, υπολογίστε το μηδενόχωρο του  $A$  καθώς και το ορθογώνιο συμπλήρωμα του.

2. Γράψτε μια διαδικασία που υλοποιεί το παρακάτω εσωτερικό γινόμενο :

$$\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^n a_i x_i y_i,$$

όπου  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, \dots, y_n)$  και  $a_i = 1$  αν το  $i$  είναι περιττός και  $i = 2$  αν το  $i$  είναι άρτιος. Υπολογίστε το ορθογώνιο συμπλήρωμα, ως προς το παραπάνω εσωτερικό γινόμενο, του χώρου που παράγεται από τα διανύσματα  $v_1 = (1, 0, 0)$ ,  $v_2 = (0, 1, 0)$ .