

**ΘΕΜΑ 1ο** Να προσδιορισθούν όλα τα διανύσματα τού τρισδιάστατου χώρου  $\mathbb{R}^3$  τα οποία είναι κάθετα προς το διάνυσμα  $\vec{a} = (3, -1, 1)$  και σχηματίζουν γωνία  $\frac{\pi}{6}$  με το διάνυσμα  $\vec{b} = (1, 1, -1)$ . (Υπόμνηση:  $\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .)

**ΘΕΜΑ 2ο** Να προσδιορισθούν οι συντεταγμένες των κορυφών ενός τετραγώνου (εντός τού  $\mathbb{R}^2$ ), η μία πλευρά τού οποίου ανήκει στην ευθεία  $(\varepsilon): x + y - 1 = 0$ , και το κέντρο του είναι το σημείο  $K(1, 2)$ .

**ΘΕΜΑ 3ο** Να βρεθεί το μοναδιαίο διάνυσμα εφαπτομένης  $\vec{T}(t)$ , η καμπυλότητα  $\kappa$ , η πρώτη κάθετος  $\vec{N}(t)$  και η δεύτερη κάθετος  $\vec{B}(t)$  τής ακόλουθης καμπύλης στον  $\mathbb{R}^3$ :

$$\vec{r}(t) = t \vec{i} + t^2 \vec{j} + \frac{2}{3}t^3 \vec{k}.$$

**ΘΕΜΑ 4ο** Ποια είναι τα τοπικά ακρότατα τής συναρτήσεως  $f(x, y, z) = 329 - x^2 + 2xy - 3y^2 - 2z^2$ ;

**ΘΕΜΑ 5ο** Να υπολογισθεί το εμβαδόν τού χωρίου τού  $\mathbb{R}^2$  που περικλείεται από τις παραβολές  $y = x^2$  και  $y^2 = x$ .

**ΘΕΜΑ 6ο** Να υπολογισθεί το εμβαδόν (τής επιφανείας) και ο όγκος τής (κλειστής) σφαίρας

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2\}, \quad a > 0.$$

**ΘΕΜΑ 7ο** Να υπολογισθεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\oint_{\partial T} \left( \frac{4}{5}xy^5 + 2y - e^x \right) dx + (2xy^4 - 4 \sin y) dy$$

μέσω τού τύπου τού Green, όπου  $T = [1, 2] \times [1, 3]$ .

- 
- Κάθε ορθώς απαντηθέν θέμα από τα 1-4 θα λαμβάνει μία μονάδα και κάθε ορθώς απαντηθέν θέμα από τα 5-7 θα λαμβάνει δύο μονάδες.
  - Κατά τη διάρκεια τής εξετάσεως βιβλία και σημειώσεις θα παραμείνουν κλειστά.
  - Εντός τού γραπτού οι εξεταζόμενοι οφείλουν να αναγράφουν ρητώς σε ποιο εκ των δοθέντων θεμάτων απαντούν.
  - Η χρήση πολύ δυσανάγνωστης γραφής ή/και μη αναγνωρίσιμων μαθηματικών συμβόλων ενδέχεται να οδηγήσει σε μείωση τού βαθμού (λόγω αδυναμίας διορθώσεως εκ μέρους τού εξεταστού).
  - Κατά τη διάρκεια τής εξετάσεως δεν επιτρέπονται συζητήσεις μεταξύ των εξεταζομένων, αντιγραφή ή αδικαιολόγητη υπέρβαση τού ορισθέντος χρόνου για την απάντηση των θεμάτων. (Κάτι τέτοιο θα είχε ως συνέπεια ειδική μονογραφή σημάνσεως τού γραπτού και συνακόλουθο μηδενισμό του.)

---

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!