
Ασκήσεις περί ευθέων γινομένων ομάδων

- A-1.** Να αποδειχθεί ότι $\mathbb{Z}_{m^2} \not\cong \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}_m$ για κάθε $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 2$.
- A-2.** Να αποδειχθεί ότι $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5^\times \cong \mathbb{Z}_{20}$.
- A-3.** Να αποδειχθεί ότι η υποομάδα $H := \langle 3, 6 \rangle$ της $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot)$ είναι ισόμορφη με την $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$.
- A-4.** Ποια είναι η τάξη του στοιχείου $([8]_{12}, [4]_{60}, [10]_{24}) \in \mathbb{Z}_{12} \oplus \mathbb{Z}_{60} \oplus \mathbb{Z}_{24}$;
- A-5.** Ποιο είναι το πλήθος των στοιχείων της $\mathbb{Z}_5 \oplus \mathbb{Z}_{25}$ που έχουν τάξη 5;
- A-6.** Πόσες υποομάδες τάξεως 2 διαθέτει η $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$;
- A-7.** Να αποδειχθεί ότι $(\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_8) / \langle (0, 4, [0]_8) \rangle \cong \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_8$.