



# ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

## ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Λεωφόρος Κνωσού (Τ.Θ. 2208) 71409, Ηράκλειο Κρήτης  
Τηλ. 2810-393800, 393801, 393807, 393868, Fax 2810-393881

ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2004-2005

### ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι (Α 10)

(Διδάσκων: Δ.Ι. Νταής)

#### Διδαχθείσα ύλη τού μαθήματος

- Πρώτο μέρος. Δακτύλιοι και Σώματα.

(α) Δακτύλιοι με μοναδιαίο και χωρίς μοναδιαίο στοιχείο. Δακτύλιοι μεταθετικοί και μη μεταθετικοί. Ομάδα αντιστρεψίμων στοιχείων ενός δακτυλίου. Η χαρακτηριστική των δακτυλίων. Ακέραιες περιοχές. Στρεβλά σώματα και σώματα. Υποδακτύλιοι, υποπεριοχές, υποσώματα. Ομομορφισμοί δακτυλίων, ιδεώδη και πηλικοδακτύλιοι. Πράξεις με ιδεώδη. Θεωρήματα ισομορφισμών δακτυλίων και αριθμοθεωρητικές εφαρμογές. Σώματα κλασμάτων ακεραίων περιοχών. Πρώτα σώματα.

(β) Ειδικές κλάσεις ιδεωδών και δακτυλίων: Πρώτα και μεγιστοτικά ιδεώδη. Τοπικοί δακτύλιοι. Δακτύλιοι και περιοχές κυρίων ιδεωδών. Νεταιριανοί δακτύλιοι. Περιοχές με μέγιστο κοινό διαιρέτη. Ευκλείδειες περιοχές. Περιοχές κυρίων ιδεωδών που δεν είναι ευκλείδειες περιοχές. Ακέραιες περιοχές με παραγοντοποίηση. Ακέραιες περιοχές που πληρούν τη συνθήκη των αλυσίδων γνησίων διαιρετών. Ακέραιες περιοχές με μονοσήμαντη παραγοντοποίηση. Περιοχές τού Dedekind. Ιεράρχηση ακεραίων περιοχών. Αριθμοθεωρητικές εφαρμογές.

(γ) Πολυωνυμικοί δακτύλιοι. Διαίρεση, αναγωγιμότητα και θέσεις μηδενισμού. Θεώρημα βάσεως τού Hilbert.

- Δεύτερο Μέρος. Στοιχεία Αλγεβρικής Γεωμετρίας.

(α) Συσχετικοί χώροι. Αλγεβρικά υποσύνολα συσχετικών χώρων και ιδεώδη υποσυνόλων συσχετικών χώρων. Ανάγωγες συνιστώσες αλγεβρικών συνόλων. Προσδιορισμός τής μορφής των αλγεβρικών υποσυνόλων τής συσχετικής ευθείας και τού συσχετικού επιπέδου.

(β) Θεώρημα των θέσεων μηδενισμού τού Hilbert και εφαρμογές αυτού. Συσχετικές ποικιλοότητες. Δακτύλιοι συντεταγμένων. Πολυωνυμικές συναρτήσεις και απεικονίσεις. Αλλαγές συντεταγμένων. Ρητές συναρτήσεις και τοπικοί δακτύλιοι. Διακριτοί εκτιμητικοί δακτύλιοι. Τοπικές ιδιότητες καμπυλών τού συσχετικού επιπέδου. (Πολλαπλά σημεία, εφαπτόμενες ευθείες, αριθμοί τομών κ.ά.)

- Τρίτο Μέρος. Μόδιοι (Modules).

(α) Μόδιοι, υπομόδιοι και πηλικομόδιοι. Πεπερασμένως παραγόμενοι μόδιοι. Ομομορφισμοί μολίων. Θεωρήματα ισομορφισμών μολίων. Ακριβείς ακολουθίες μολίων.

(β) Ελεύθεροι μόδιοι, βάσεις μολίων. Μόδιοι με στρέψη και χωρίς στρέψη. Προβολικοί και εμβολικοί μόδιοι.

- Τέτατο Μέρος. Στοιχεία Πλειογραμμικής Άλγεβρας.

Πλειογραμμικές απεικονίσεις. Κατασκευή τού τανυστικού γινομένου μολίων μέσω καθολικής συνθήκης. Κύριες ιδιότητες τανυστικού γινομένου. Ισόπεδοι μόδιοι. Κατάταξη μολίων:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΙ} \\ \text{ΧΩΡΟΙ} \end{array} \right\} \subset \left\{ \begin{array}{c} \text{ΕΛΕΥΘΕΡΟΙ} \\ \text{ΜΟΔΙΟΙ} \end{array} \right\} \subset \left\{ \begin{array}{c} \text{ΠΡΟΒΟΛΙΚΟΙ} \\ \text{ΜΟΔΙΟΙ} \end{array} \right\} \subset \left\{ \begin{array}{c} \text{ΙΣΟΠΕΔΟΙ} \\ \text{ΜΟΔΙΟΙ} \end{array} \right\} \subset \{ \text{ΜΟΔΙΟΙ} \}$$

---