

ΜΙΓΑΔΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ:
ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΟΣΕΙΡΩΝ

Συνάρτηση	Ανάπτυγμα ως δυναμοσειρά	Δίσκος συγκλίσεως
$\frac{1}{1-z}$	$1 + z + z^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$	$D(0; 1)$
$\frac{1}{1+z}$	$1 - z + z^2 - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^n$	$D(0; 1)$
e^z	$1 + z + \frac{1}{2!}z^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}z^n$	$D(0; \infty) = \mathbb{C}$
$(1+z)^\lambda$	$1 + \binom{\lambda}{1}z + \binom{\lambda}{2}z^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\lambda}{n}z^n$	$D(0; 1)$
$\log(1+z)$	$z - \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} - \frac{z^4}{4} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{n+1}}{n+1}$	$D(0; 1)$
$\cos z$	$1 - \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} - \frac{z^6}{6!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!}$	$D(0; \infty) = \mathbb{C}$
$\cosh z$	$1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} + \frac{z^6}{6!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2n)!}$	$D(0; \infty) = \mathbb{C}$
$\sin z$	$z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \frac{z^7}{7!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$	$D(0; \infty) = \mathbb{C}$
$\sinh z$	$z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$	$D(0; \infty) = \mathbb{C}$
$\tan z$	$z + \frac{z^3}{3} + \frac{2z^5}{15} + \frac{17z^7}{315} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} 4^n (4^n - 1) \frac{ B_{2n} z^{2n-1}}{(2n)!}$	$D(0; \frac{\pi}{2})$
$\tanh z$	$z - \frac{z^3}{3} + \frac{2z^5}{15} - \frac{17z^7}{315} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} 4^n (4^n - 1) \frac{B_{2n} z^{2n-1}}{(2n)!}$	$D(0; \frac{\pi}{2})$
$\arccos z$	$\frac{\pi}{2} - (z + \frac{1}{2} \frac{z^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{z^5}{5} + \dots) = \frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2} + n - 1}{n} \frac{z^{2n+1}}{2n+1}$	$D(0; 1)$
$\arcsin z$	$z + \frac{1}{2} \frac{z^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{z^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{z^7}{7} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2} + n - 1}{n} \frac{z^{2n+1}}{2n+1}$	$D(0; 1)$
$\arctan z$	$z - \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} - \frac{z^7}{7} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{2n+1}$	$D(0; 1)$

Εν προκειμένω, οι αριθμοί *Bernoulli* $B_n, n = 0, 1, 2, \dots$, προσδιορίζονται μέσω του αναγωγικού τύπου

$$B_0 := 1, B_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} B_k, \quad n = 1, 2, \dots$$