

## Εξεταστέα ύλη «Γραμμικής Άλγεβρας ΙΙΙ»

### Α. Πολυώνυμα με συντελεστές ειλημμένους από κάποιο σώμα.

Στοιχειώδεις ιδιότητες πολυωνύμων (με συντελεστές ειλημμένους από κάποιο σώμα). Διαιρετότητα πολυωνύμων. Μέγιστος κοινός διαιρέτης και ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο πολυωνύμων. Ανάγωγα πολυώνυμα. Θέσεις μηδενισμού πολυωνύμων. (βλ. [1], §1.8, σελ. 44-54, [2], §1.1-§1.3, σελ. 1-24, και [4].) Άλγεβρικών κλειστά σώματα. Θεμελιώδες θεώρημα τής Άλγεβρας (χωρίς απόδειξη). Σχέσεις Viète και σχέσεις Newton. (Από τις σημειώσεις [4].)

### Β. Αναλλοίωτοι γραμμικοί υπόχωροι, ιδιοτιμές και διευθετημένες μορφές.

Αναλλοίωτοι γραμμικοί υπόχωροι. (Βασικές ιδιότητες, κυκλικοί γραμμικοί υπόχωροι, αποσύνθεση διανυσματικών χώρων σε ευθύ άθροισμα αναλλοίωτων γραμμικών υποχώρων τους. [3], §11.1, αφαιρούμενης τής προτάσεως 11.1.8.) Ιδιοτιμές και ιδιόχωροι. ([3], §11.2)

Χαρακτηριστικό πολυώνυμο. Απεικονίσεις πολυωνυμικής αποτιμήσεως. Το θεώρημα των Cayley και Hamilton και εφαρμογές αυτού. Ελάχιστο πολυώνυμο. ([3], §11.3-§11.5, εξαιρούμενων των αποδείξεων των 11.4.2, 11.4.3, 11.4.4, 11.4.7, 11.4.8, 11.4.9, 11.4.14, 11.5.26, 11.5.29.)

Διαγωνιοποιησιμότητα. Φασματική αποσύνθεση διαγωνιοποιήσιμων ενδομορφισμών. Πρακτικές μέθοδοι διαγωνιοποίησης και εφαρμογές. Τριγωνικοποιησιμότητα. ([3], §11.6-§11.9, εξαιρούμενων των αποδείξεων των 11.8.6, 11.8.7, 11.8.8.)

Θεμελιώδη θεωρήματα αποσυνθέσεων. Θεώρημα (προσθετικής) αποσυνθέσεως του Jordan. Θεώρημα περί διευθετημένων μορφών Jordan. Θεώρημα αποσυνθέσεως σε κυκλικούς υπόχωρους. Ρητές και κλασικές διευθετημένες μορφές. ([3], §11.10-§11.12 και [4], εξαιρούμενων των αποδείξεων των 11.10.7, 11.10.9, 11.10.10, 11.10.13 και του κεντρικού θεωρήματος περί διευθετημένων μορφών Jordan. Συμπεριλαμβάνονται, ωστόσο, οι εφαρμογές του τελευταίου, βλ. [2] §3.4, σελ. 125-133.)

### Γ. Διγραμμικές μορφές/Διανυσματικοί χώροι με εσωτερικό γινόμενο.

Διγραμμικές μορφές, συμμετρικές και εναλλάσσουσες διγραμμικές μορφές. Τετραγωνικές μορφές. ([1], §7.2-7.3, σελ. 237-261, και [4].) Εσωτερικά γινόμενα. (Ορθογωνιότητα, στάθμες, ανισότητα Cauchy-Schwarz, τριγωνική ανισότητα, ορθοκανονικές βάσεις, ορθογώνια ευθέα αθροίσματα, ορθοσυμπληρώματα, ορθοκανονικοποίηση κατά Gram και Schmidt, ανισότητα Hadamard, πρόταση του Riesz, προσαρτημένοι ενδομορφισμοί, ισομετρίες, κ.ά.) ([2], §5.1-5.4, σελ. 192-222, και [4].) Πραγματικές τετραγωνικές μορφές. Θεώρημα αδρανείας του Sylvester. ([1], §7.3, σελ. 249-259, [2], §4.4, σελ. 162-173, και [4].)

### Υλικό για τη μελέτη:

[1] Σ. Ανδρεαδάκη: *Γραμμική Άλγεβρα*, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα, 1991.

[2] Δ. Βάρσου, Δ. Δεριζιώτη, Ι. Εμμανουήλ, Μ. Μαλιάκα, Α. Μελά & Ο. Ταλέλλη: *Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Τόμος Β*, Δεύτερη έκδοση, Εκδόσεις Σοφία, Θεσσαλονίκη, 2009.

[3] Δ. Νταή: *Αναλλοίωτοι γραμμικοί υπόχωροι, ιδιοτιμές και διευθετημένες μορφές*, 2011. (Έντυπες σημειώσεις. Μοιράστηκαν στους φοιτητές που παρακολουθούσαν το μάθημα.)

[4] Σημειώσεις φοιτητών απευθείας από τις παραδόσεις του μαθήματος.