

Εξετάσεις στο μάθημα
M113 Γραμμική Άλγεβρα Ι
28-01-2008

Ομάδα Α

Θέμα 1.

Θεωρούμε τον εξής υπόχωρο του \mathbb{R}^4 :

$$V = \{x_1, x_2, x_3, x_4 \mid 2x_1 = x_3, x_2 = x_4\}$$

- Να βρείτε μια βάση του V .
- Να βρείτε έναν υπόχωρο W ώστε $V + W = \mathbb{R}^4$ και το άθροισμα να είναι ευθύ.

(2 μον.)

Θέμα 2. Να δείξετε ότι δεν υπάρχει γραμμική απεικόνιση

$$L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2,$$

με $\text{Ker}L = \{x_1, x_2, x_3, x_4 \mid x_1 = 2x_2 = 3x_3 = 4x_4\}$.

(1 μον.)

Θέμα 3. Σωστό ή Λάθος και γιατί;

- Δίνεται το σύνολο $S = \{x^2 + 1, 2x, x^3 + 2x + 1\}$. Το S είναι βάση του $\mathbb{R}_3[x]$.
- Δίνεται πίνακας A διάστασης 3 με χαρακτηριστικό πολυώνυμο

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 3).$$

Ο A διαγωνοποιείται στο \mathbb{R} .

- Δίνεται πίνακας A διάστασης 4 με χαρακτηριστικό πολυώνυμο

$$(x - 2)^2(x + 3)^2.$$

Τότε υπάρχουν ακριβώς τρία πιθανά ελάχιστα πολυώνυμα για τον A .

- Όλοι οι πίνακες τριγωνοποιούνται στο \mathbb{C} .

(3 μον.)

Θέμα 4. Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Να υπολογίσετε με χρήση του χαρακτηριστικού πολυωνύμου

- Τον πίνακα $B = A^4 - 2A + I$ και τις ιδιοτιμές του B .
- Τον πίνακα A^{-1} και τις ιδιοτιμές του A^{-1} .

(2 μον.)

Θέμα 5.

- Είναι τα διανύσματα $(i, 2 + i)$ και $(3, 1 - i)$ κάθετα στο $(\mathbb{C}^2, \langle, \rangle)$; Όπου το \langle, \rangle είναι το κανονικό εσωτερικό γινόμενο επί του \mathbb{C} .
- Ορίζει η συνάρτηση

$$(v, w) = 2v_1w_2 + 3v_2w_1$$

εσωτερικό γινόμενο στο \mathbb{R}^2 ; Όπου $v = (v_1, v_2)$ και $w = (w_1, w_2)$.

(2 μον.)

Καλή επιτυχία!