

**Εξετάσεις Ιουνίου στη Τροπική Λογική**  
**25 Ιουνίου, 2008**

**Θέμα 1** (1 Μον). Να βρείτε τον τελικό τύπο εφαρμόζοντας τους κανόνες διϊσμού στον  $((\mathbb{P}_0 \wedge \Box \mathbb{P}_1) \vee \neg \mathbb{P}_1) *$ .

**Θέμα 2** (1,5 Μον). Να δείξετε ότι

$$\|A\|^{\mathcal{M}} = \|B\|^{\mathcal{M}} \text{ αν και μόνο αν } \models_{\mathcal{M}} A \leftrightarrow B,$$

όπου  $\|A\|^{\mathcal{M}} = \{a \in \mathcal{M} : \models_a^{\mathcal{M}} A\}$ .

**Θέμα 3** (1,5 Μον). Δίνεται το εξής πλαίσιο  $\mathcal{M}$ :

$W = \{a_0, a_1, a_2\}$ ,  $E = \{ \langle a_2, a_1 \rangle, \langle a_0, a_2 \rangle, \langle a_1, a_1 \rangle \}$ ,  $P_0 = \{a_0\}$ ,  
 $P_1 = \{a_0, a_1, a_2\}$ . Εξετάστε αν ισχύουν

1.  $\mathcal{M} \models_{a_0} \Box \mathbb{P}_0$
2.  $\mathcal{M} \models_{a_1} \Diamond \mathbb{P}_0 \rightarrow \Diamond \mathbb{P}_1$
3.  $\mathcal{M} \models_{a_2} \Box \mathbb{P}_1 \rightarrow \Diamond \mathbb{P}_1$
4.  $\mathcal{M} \models_{a_1} \mathbb{P}_0 \leftrightarrow \Diamond \mathbb{P}_0$

**Θέμα 4** (0,5+1 Μον).

1. Να διατυπώσετε το Θεώρημα της πληρότητας για το σύστημα  $B + D$ .
2. Σωστό ή λάθος και γιατί ' Για να δείξουμε ότι  $\vdash_T \varphi$  αρκεί να δείξουμε ότι η πρόταση  $\varphi$  αληθεύει σε κάθε σειριακό πλαίσιο. '

**Θέμα 5** (2 Μον). Σωστό ή λάθος και γιατί

1.  $\Box A \rightarrow \Box \Box A$  ισχύει σε κάθε μεταβατικό πλαίσιο.
2.  $\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$  ισχύει σε κάθε ευκλείδειο πλαίσιο.
3.  $\Box(\Box A \rightarrow A)$  ισχύει σε κάθε σειριακό πλαίσιο.

**Θέμα 6** (1 Μον). Να δείξετε ότι το σύστημα  $K + 5$  είναι αποφασίσιμο γράφοντας με σαφήνεια τους ισχυρισμούς σας.

**Θέμα 7** (2,5 Μον). Να δείξετε ότι το σύστημα  $K + B$  είναι έγκυρο, δίνοντας πλήρης δικαιολόγηση.