

Εξετάσεις στη Λογική
8 Σεπτεμβρίου, 2008

Θέμα 1 (1 Μον). Σωστό ή λάθος:

1. Ο τύπος $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \varphi_3$ είναι λογικά ισοδύναμος με τον $\varphi_1 \rightarrow (\varphi_2 \rightarrow \varphi_3)$.
2. Ο τύπος $((\varphi_1 \rightarrow \varphi_2) \rightarrow \varphi_1) \rightarrow \varphi_1$ είναι ταυτολογία.

Θέμα 2 (2 Μον). Έστω \mathcal{A} μια δομή με δύο κατηγορήματα R και Q . Να δείξετε ότι στη δομή \mathcal{A} ισχύει η πρόταση

$$\neg \exists x [R(x) \wedge \forall y [Q(y, x) \iff (R(x) \wedge \neg Q(y, y))]].$$

Θέμα 3 (1,5 Μον). Να δείξετε ότι το σύνολο συνδέσμων $\{\neg, \wedge\}$ είναι πλήρες.

Θέμα 4 (1,5 Μον). Δίνεται η δομή $\mathcal{N} = \{\mathbb{N}, +, \cdot, ', 0\}$ και η αποτίμηση v , με $v(x_1) = 1, v(x_2) = 2, v(x_3) = 5$. Να εξετάσετε ποιους από τους παρακάτω τύπους ικανοποιεί η v στη δομή \mathcal{N} .

1. $\forall x_1 (x_1 + x_3 = x_2')$.
2. $\exists x_2 [(x_1 \cdot x_2)' = x_1]$.

Θέμα 5 (2 Μον). Δίνεται η δομή $\mathcal{R} = \{\mathbb{R}, +, \cdot\}$.

1. Να οριστούν τα στοιχεία 0 και 1 στη δομή αυτή.
2. Να οριστεί η σχέση $<$.
3. Να οριστεί το σύνολο $(2, 5]$.

Θέμα 6 (2 Μον). Να βρείτε όλες τις δομές που ικανοποιούν

1. την πρόταση $\exists x_1 \exists x_2 \exists x_3 \forall y [y = x_1 \vee y = x_2 \vee y = x_3]$.
2. την παραπάνω πρόταση και την $\forall y \exists x [y \neq x]$.