Εξετάσεις Σεπτεμβρίου στη Θεωρία Συνόλων
14 - 09 - 2010

<u>*Ομαδα Α*</u>

Θέμα 1 (1 Μον)**.** Να δείξετε πως για όλα τα σύνολα A και B ισχύει:
$\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$.

Θέμα 2 (1,5 Μον)**.**

1. Έστω Α ένα αριθμήσιμο σύνολο. Είναι και το σύνολο $(A \to A)$ αριθμήσιμο;
2. Έστω Α ένα μη αριθμήσιμο σύνολο, Β ένα πεπρασμένο σύνολο και έστω $f : A \to B$, επί. Είναι το σύνολο $f(A)$ αριθμήσιμο;

Θέμα 3 (1,5 Μον)**.** Να δείξετε ότι για όλους τους πληθικούς αριθμούς m

1. $m^1 = m$.
2. $1^m = 1$.

Θέμα 4 (1 Μον)**.** Έστω A και B μεταβατικά σύνολα. Εξεταστε αν και

$$\mathcal{P}(A \cap \bigcup B)$$

είναι μεταβατικό.

<u>*Ομαδα Β*</u>

Θέμα 5 (1,5 Μον)**.** Σωστό ή Σωστό μόνο με αξίωμα επιλογής ή λάθος και γιατί:

1. Κάθε πεπερασμένο είναι καλά διατάξιμο.
2. Κάθε άπειρο σύνολο είναι καλά διατάξιμο.
3. Έστω Α και Β δύο αριθμήσιμα σύνολα. Αν $A \not\leq_o B$, τότε $B \leq_o A$.
4. Το αξίωμα επιλογής είναι ισοδύναμο με την αρχή της καλής διάταξης.
5. Το δυναμοσύνολο του πεπερασμένου πληθάριθμου είναι μη αριθμήσιμο.

Θέμα 6 (1 Μον). Εξετάστε ποια από τα παρακάτω (μερικώς) διατεταγμένα σύνολα είναι επαγωγικά σύνολα (δηλαδή αν κάθε αλυσίδα έχει sup):

1. $(\{a, b, c\}, \leq_1)$, όπου η διάταξη $\leq_1$ ορίζεται ως εξής: $a \leq_1 c, b \leq_1 c$.
2. $(\{a, b, c\}, \leq_2)$, όπου η διάταξη $\leq_2$ ορίζεται ως εξής: $a \leq_2 b, a \leq_2 c$.

Θέμα 7 (2 Μον). Έστω A ένα μεταβατικό σύνολο. Να δείξετε πως και τα σύνολα $\bigcup A$ και $\mathcal{P}(A)$ είναι μεταβατικά.

Θέμα 8 (1,5 Μον). Έστω A μη κενό υποσύνολο του $\mathbb{N}$. Να δείξετε ότι $\bigcap A \in A$.

Από την **ομάδα B** πρέπει να συγκεντρώσετε **τουλάχιστον 3 μονάδες**.

Καλή επιτυχία!