

**Ασκήσεις για το σπίτι 1**  
Παράδοση 17-03-2008.

**Άσκηση 1.** Να δείξετε ότι οι παρακάτω τύποι είναι έγκυροι.

- $\Box A \rightarrow \Box \Box A$
- $A \rightarrow \Diamond A$
- $A \rightarrow \Box \Diamond A$
- $\Box(A \wedge B) \leftrightarrow (\Box A \wedge \Box B)$
- $\Diamond(A \vee B) \leftrightarrow (\Diamond A \vee \Diamond B)$

(2 μον.)

**Άσκηση 2.** Να δείξετε ότι οι παρακάτω τύποι δεν είναι έγκυροι.

- $\Diamond A \rightarrow A$
- $\Box \Diamond A \rightarrow A$
- $\Diamond(A \wedge B) \rightarrow (\Diamond A \wedge \Diamond B)$
- $(\Box A \rightarrow \Box B) \rightarrow \Box(A \rightarrow B)$

(2 μον.)

**Άσκηση 3.** Εξετάστε αν είναι ή όχι έγκυροι οι παρακάτω τύποι.

- $\Box \Box A \rightarrow \Box A$
- $(\neg \Diamond A \wedge \Diamond B) \rightarrow \Diamond(\neg A \wedge B)$
- $\Diamond A \rightarrow \Diamond \Diamond A$
- $\Box A \rightarrow \Diamond \Box A$

(4 μον.)

**Άσκηση 4.** Να δείξετε ότι  $\models_a^M A \rightarrow \Box A$  σε κάθε  $\mathcal{M}$  που έχει μόνο ένα κόσμο, δηλαδή  $\mathcal{M} = \langle \{\alpha\}, \mathcal{P} \rangle$ .

(2 μον.)